# 1 CAŁKA OZNACZONA (Wykład nr 1)

**Definicja 1.1** *Niech będzie dana funkcja $f$ określona na przedziale domkniętym $[a,b]$. Niech*

$$a = x_0 < x_1 < x_2 < ... < x_{n-1} < x_n = b$$

*będzie dowolnym podziałem przedziału $[a,b]$ takim, że długości wszystkich przedziałów postaci $[x_i, x_{i+1}]$, dla $i = 0, 1, ..., n-1$, maleje do zera, gdy liczba punktów podziału rośnie. (podział taki nazywamy podziałem normalnym.) Niech $\overline{x}_i \in [x_i, x_{i+1}]$, dla $i = 0, 1, ..., n-1$. Sumę*

$$S_n = \sum_{i=1}^{n} f(\overline{x}_i)(x_{i+1} - x_i)$$

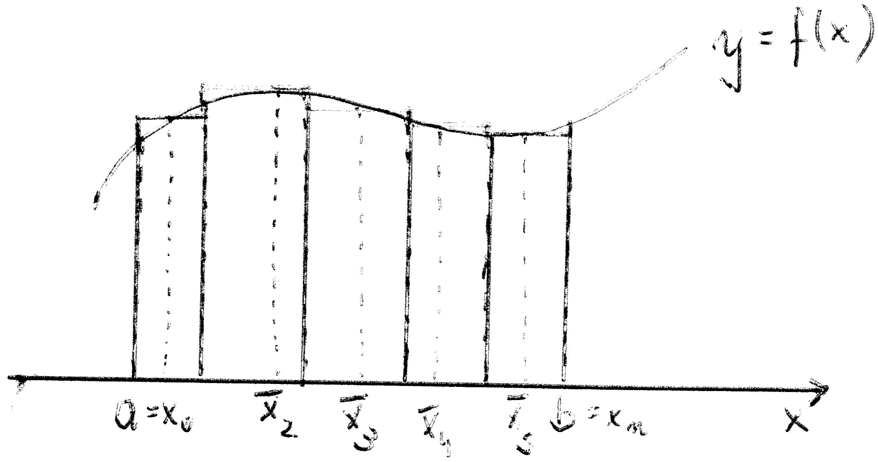
*nazywamy sumą całkową. Jeżeli istnieje granica*

$$\lim_{n\to\infty} S_n$$

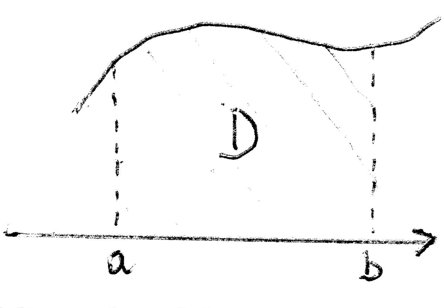
*niezależna od sposobu podziału odcinka $[a,b]$ oraz wyboru punktów pośrednich $\overline{x}_i$, to granicę tę nazywamy całką oznaczoną funkcji $f$ na przedziale $[a,b]$ i oznaczamy*

$$\int_a^b f(x)dx.$$

**Rysunek**




Wartość całki oznaczonej z funkcji **nieujemnej** $f$ jest polem obszaru leżącego między wykresem funkcji $f$ a osią $ox$ na przedziale $[a,b]$.




$$|D| = \int_a^b f(x)\,dx.$$

**Do obliczania całek oznaczonych wykorzystujemy <u>Główne twierdzenie rachunku całkowego</u>:**